

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
EVALUACIÓN GLOBAL E3300

(A) PRIMER PARCIAL

(1) Se lanza una pelota desde el suelo hacia arriba y su altura en cualquier instante t está dada por $h = -16t^2 + 48t$, donde h se mide en metros y t en segundos. ¿En qué intervalo de tiempo la pelota se encuentra por arriba de 32 m de altura?

(2) Sea la función

$$h(x) = \begin{cases} \sqrt{2-x} & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 5 & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

(a) Graficar la función $h(x)$

(b) Graficar la función $g(x) = -h(x+2) - 3$

(3) Una caja con tapa tiene base cuadrada. Su altura es la cuarta parte de uno de los lados de la base.

(a) Exprese el volumen de la caja en función de la altura

(b) Exprese el área superficial de la caja en función del lado de la base

(4) Sean las funciones

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad \& \quad g(x) = x^2 - 3.$$

Calcular la función $(g \circ f)(x)$ y su dominio.

(B) SEGUNDO PARCIAL

(1) Para un atleta que corre 100 m planos, la distancia recorrida r (en metros) está dada por

$$r(t) = \frac{1}{5}t^2 + 8t \quad (t \text{ en segundos.})$$

Usando la definición de la derivada, determine la velocidad en el momento que cruza la meta.

(2) Determine un intervalo de longitud $1/2$ que contenga una raíz del polinomio

$$p(x) = x^5 - 3x^4 - 2x^3 - x + 1.$$

(3) Determine las constantes a, b para que la siguiente función sea continua en todo su dominio

$$g(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & \text{si } x < -1 \\ 5 & \text{si } x = -1 \\ ax^3 - 3bx & \text{si } x > -1. \end{cases}$$

(4) Sea la función:

$$f(x) = -\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x - 6}.$$

(a) Encontrar su dominio y sus raíces

(b) Clasificar sus discontinuidades

- (c) Encontrar sus asíntotas verticales y horizontales
- (d) Dar un bosquejo de la gráfica de la función

(C) TERCER PARCIAL

- (1) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva definida por

$$2x^3 - 3y^2 - 9xy = -10 \quad \text{en el punto } (1, 1).$$

- (2) A un depósito cilíndrico de base circular y 5 m de radio, le está entrando agua a razón de 25 litros por segundo. Calcular la rapidez a la que sube la superficie del agua. [Considerar que 1 litro = 1 dm³].
- (3) Se quiere construir una caja sin tapa con base cuadrada que requiera 60 cm² de material, ¿cuáles deben ser sus medidas para que el volumen sea máximo?
- (4) Sea la función

$$f(x) = -\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x - 6}.$$

- (a) Encontrar su dominio y sus raíces
- (b) Clasificar sus discontinuidades
- (c) Encontrar sus intervalos de monotonía
- (d) Encontrar sus intervalos de concavidad
- (e) Encontrar sus asíntotas verticales y horizontales
- (f) Gráficar la función