

**CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I**  
**EVALUACIÓN GLOBAL E4100**  
**09/12/1992**

(A) PRIMER PARCIAL

(1) Resuelva las siguientes desigualdades:

(a)  $\frac{2x+3}{|5x+8|} \geq 3$

(b)  $x^2 < x < 6x - 3$

(2) Sea  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} + 2 & \text{Si } x \in [0, 1] \\ 2 & \text{Si } x \in (1, 2) \\ |-x+6| & \text{Si } x \in [2, +\infty) \end{cases}$

Obtenga

(a) Gráfica y rango.

(b) A partir de  $f(x)$  defina y dibuje la gráfica de una función  $g(x)$  que sea par.

(3) Sea  $f(x) = \frac{x^2}{x^3-x}$  y  $g(x) = \sqrt{x}$ . Encuentre:

(a)  $(f-g)(x)$  y su dominio

(b)  $(f \circ g)(x)$  y su dominio

(c)  $g \circ f$

(B) SEGUNDO PARCIAL

(1) Evalúe los siguientes límites:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x+2}{x^5-5x} + \frac{x-4}{3(x^2-3x+2)} \right]$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{2}} \left[ \sqrt{x^3+1} - \sqrt{x^3-1} \right]$$

(2) Dibuje la gráfica de una función  $f$  que satisfaga las siguientes condiciones:

(a) Es continua en  $\mathbb{R} - \{-2, 2, 4, 5\}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -5$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = -\infty$

(g)  $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = -\infty$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$

(i)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$

(j)  $f(-1) = f(1) = f(4) = f(6) = 0$

(k)  $f(3) = -5$

(3) Sea

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 3b & \text{Si } x \leq 1; \\ \frac{x^2 - 1}{x} & \text{Si } 1 < x < 3; \\ \frac{b}{x - 1} & \text{Si } x \geq 3; \end{cases}$$

Calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

(e) Los valores de  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua en todo su dominio.

(4) Si  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3x}{(x^2 + 4x^2 + 3x)(x - 5)}$

Determine

(a) Dominio y raíces

(b) Asíntotas verticales y/o horizontales

(c) Discontinuidades y su clasificación

(d) Esbese la gráfica de  $f(x)$

### (C) TERCER PARCIAL

(1) Sea  $f(x) = \frac{(x - 1)^2}{(x + 3)^3}$  obtenga:

(a) Dominio y raíces

(b) Discontinuidad y su clasificación

(c) Asíntotas y/o verticales

(d) Puntos críticos y su clasificación

(e) Intervalos donde la función es creciente y/o decreciente

(f) Puntos de inflexión e intervalos de concavidad

(g) Gráfica de  $f(x)$

(2) Hallar las distancias mínima y máxima del punto  $(2, 0)$  a la circunferencia  $x^2 + y^2 = 1$

(3) Encuentre las ecuaciones de las rectas tangentes y normal a la curva  $x^2(x - y^4)^5 - 3xy^2 + 7y^3 = 2$  en el punto  $(2, 1)$