

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
EVALUACIÓN GLOBAL E4200

(A) PRIMER PARCIAL

(1) Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x+4}$, $g(x) = \sqrt{3-x}$ y $h(x) = x^2 - 1$, obtener:
 $(g/h)(x)$, $(h \circ f)(x)$ y $(g \circ h)(x)$ así como sus respectivos dominios.

(2) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 5 & \text{si } -5 \leq x < -2 \\ 3 - x^2 & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ 2x - 5 & \text{si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

- (a) Obtener la gráfica, el rango y las raíces de f .
(b) A partir de la gráfica de f hacer un bosquejo de la gráfica de la función $g(x) = 2 - f(x - 1)$.
- (3) Se lanza una pelota hacia arriba desde la azotea de un edificio y la altura sobre el suelo t segundos después es $h(t) = 25 + 20t - 5t^2$ metros. ¿Durante qué intervalo de tiempo, estará la pelota a más de 40 metros sobre el suelo?
- (4) Una caja con base cuadrada de lado x y sin tapa tiene capacidad para $2m^3$. Expresar el área de la superficie total de la caja como función de x .

(B) SEGUNDO PARCIAL

(1) Determinar los valores de las constantes a , b y c que hacen continua en todo su dominio a la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 3; \\ ax + b & \text{si } 3 \leq x < 5; \\ c & \text{si } x = 5; \\ x^2 + 2 & \text{si } x > 5; \end{cases}$$

- (2) Para la función $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}$ determinar: dominio y raíces; intervalos de continuidad y tipo de discontinuidades; asíntotas verticales y horizontales; un esbozo de la gráfica.
- (3) La posición (en metros) de una partícula que se mueve en línea recta, está dada por $s(t) = t^2 - 8t + 18$, donde t se mide en segundos.
- (a) Utilizando la definición de la derivada, calcular la velocidad instantánea de la partícula en cualquier instante de tiempo $t \geq 0$.
- (b) Calcular la velocidad instantánea de la partícula en $t = 4$ seg.

- (4) Bosquejar la gráfica de una función f que cumpla las condiciones siguientes:
Es continua en $\mathbb{R} - \{-2, 0, 3\}$; $f(-1) = 0$; $f(\frac{3}{2}) = -3$; $f(0) = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -1$;
 $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ & $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

(C) TERCER PARCIAL

- (1) Para la función $f(x) = x^4 - 8x^2$, obtener: raíces, intervalos de crecimiento y de decrecimiento; puntos críticos y su clasificación; intervalos de concavidad hacia arriba y de concavidad hacia abajo; puntos de inflexión y un bosquejo de la gráfica.
- (2) Una cisterna con base cuadrada y sin tapa debe tener una superficie total de 12 m^2 . Hallar las dimensiones de la cisterna con mayor capacidad.
- (3) Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva $2x^3 - x^2y + y^3 = 1$ en el punto $P(2, -3)$.
- (4) De un depósito cilíndrico de medio metro de radio está saliendo agua a razón de 5 litros por minuto. Calcular la rapidez a la que baja el nivel del agua. [Recordar que 1 litro es igual a 1 dm^3].