

**CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I**  
**TERCERA EVALUACIÓN PARCIAL E2800**  
**TRIMESTRE 01-O**

Todas las respuestas necesitan desarrollo o justificación.

- (1) Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva

$$x^3 + y^3 - 6xy = 0$$

en el punto  $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$ .

- (2) A un depósito cilíndrico de base circular y  $5m$  de radio, le está entrando agua a razón de 25 litros por segundo. Calcular la rapidez a la que sube la superficie del agua. [Considerar que  $1\text{litro} = 1dm^3$ ]
- (3) Bosquejar la gráfica de una función continua  $f$  que satisfaga todas las condiciones siguientes:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;

(c)  $f(0) = 0$ ;

(d)  $f(1) = -2$ ;

(e)  $f(3) = -1$ ;

(f)  $f'(0)$  no existe;

(g)  $f'(1) = 0$ ;

(h)  $f''(3) = 0$ ;

(i)  $f'(x) > 0$  si  $x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ ;

(j)  $f'(x) < 0$  si  $x \in (0, 1)$ ;

(k)  $f''(x) > 0$  si  $x \in (-\infty, 0) \cup (0, 3)$

(l)  $f''(x) < 0$  si  $x \in (3, +\infty)$ .

- (4) Se quiere construir una cisterna con base rectangular y sin tapa, de manera tal que el ancho de la base sea el doble de la altura de la cisterna. Calcular las dimensiones que debe tener la cisterna para que su volumen sea de  $20m^3$  y se requiera la mínima cantidad de material en su construcción.
- (5) Para la función  $f(x) = \frac{2x^2}{1-x^2}$  determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los puntos críticos y su clasificación, así como los intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo. Finalmente, con estos elementos haga un bosquejo de la gráfica de la función.