CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
EVALUACIÓN GLOBAL E1600

Primera Parte

(1) Encuentra la(s) soluciones de la ecuación logarítmica: $\log_2(x-9) + 2\log_2\sqrt{2x-1} = 2$

(2) Determina la ecuación de la recta tangente en el punto $(1, 1)$, de la función "y" dada implícitamente:

$$x^y + \operatorname{arcsen} y = 1 + \frac{\pi}{2}$$

(3) Considera la función $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{1/x} & x \in (-1, 0) \bigcup (0, +\infty) \\ e & x = 0 \end{cases}$

¿ Es $f(x)$ continua en $x = 0$?, justifica tu respuesta.

(4) Considera la función $f(x) = \operatorname{sen}^2(x)$.

(a) Determina un intervalo donde exista la función inversa.

(b) Calcula la derivada de $f^{-1}(x)$.

(5) Considera la siguiente función: $F(x) = \dfrac{\mu W}{\mu \operatorname{sen}\theta + \cos\theta}$ donde μ y W son constantes positivas. Muestra que $F(x)$ alcanza un mínimo cuando $\tan\theta = \mu$.

Segunda Parte

(1) Calcula:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\int_1^x \arctan t \, dt}{x}$$

(2) Muestra que

$$\int_0^{+\infty} x^2 e^{x^2} \, dx = \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} e^{x^2} \, dx$$

(3) Calcula las siguientes integrales:

(a)

$$\int e^x \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \, dx$$

(b)

$$\int \frac{2x^2 - x + 4}{x^3 + 4x} \, dx$$

canek.azc.uam.mx: 29/ 6/ 2004.

(c)

$$\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}\,dx$$

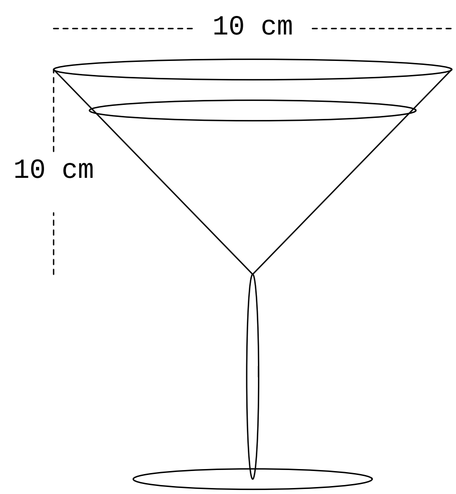
Tercera Parte

(1) Considera la curva dada por la ecuación:

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 1$$

(a) Calcula el área encerrada por dicha curva.
(b) Calcula el perímetro de la curva.
(c) Calcula el volumen de revolución del sólido que se obtiene al girar la curva alrededor del eje x.

(2) Una cálida tarde en Cancún, Verónica trata de refrescarse tomando sorbos de vino de palma de una copa como se muestra en la figura.



¿ Cuánto trabajo tiene que hacer para vaciar la copa? (La densidad del vino es 1.2 gm/cm^3. Al inicio la copa está llena a una profundidad vertical de 8 cm. Nótese que la fuerza debida a la gravedad que actúa sobre 1 gm es de 980 Dinas, y que en estas unidades el trabajo se mide en ergios).

(3) (a) Utiliza la fórmula $\ln 2 = \ln\frac{5}{4} + 2\ln\frac{6}{5} + \ln\frac{10}{9}$, para calcular aproximadamente $\ln 2$, usando un polinomio de Taylor de grado 3.
Sugerencia: $f(x) = \ln(1+x)$
(b) Estima el error que se obtiene por la aproximación encontrada en a).