

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
EVALUACIÓN GLOBAL E2500
27/07/2004

APLICACIONES DE LA INTEGRAL, INTEGRALES IMPROPIAS Y TEOREMA DE TAYLOR.

- (1) Calcule el área de la región limitada por las curvas: $y = x^2 - 1$ y $y = 1 - x$.
- (2) Calcule el volumen del sólido generado al rotar alrededor de la recta $x = -2$ la región limitada por las rectas: $y = 10 - 2x$, $x = 0$, $y = 0$.
- (3) Determine si la integral converge o diverge y, si converge, calcule su valor:

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

- (4) Calcule un valor aproximado de $\cos 47^\circ$ utilizando un polinomio de Taylor apropiado de grado 3. Estime el error cometido en su aproximación, mediante la fórmula del residuo correspondiente.

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO Y TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN.

- (1) Calcule las siguientes integrales:

(a)

$$\int \cos^5 x \operatorname{sen}^2 x dx$$

(b)

$$\int \frac{\arctan x + x}{1 + x^2} dx$$

(c)

$$\int \frac{1}{(x^2 + 4x + 3)(x^2 + 3)} dx$$

(d)

$$\int \operatorname{sen}(\ln x) dx$$

- (2) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \cos x \int_0^{x^3} e^{-t^2} dt$. Calcule $f'(x)$.

FUNCIONES TRASCENDENTES.

- (1) Calcule la derivada de la función: $f(x) = x^{\cos x^3}$.
- (2) Calcule el límite: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$.
- (3) Grafique la función $f(x) = 5 \operatorname{sen}(x + \pi) + 1$, aplicando los desplazamientos y alargamientos apropiados a la gráfica de la función seno.
- (4) Para la función $f(x) = \frac{x}{10} e^{-\frac{x}{10}}$, determine: dominio, raíces, asíntotas, máximos y mínimos relativos, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, puntos de inflexión, intervalos de concavidad hacia arriba y de concavidad hacia abajo. Con estos elementos haga un bosquejo de la gráfica de la función.