CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
EVALUACIÓN GLOBAL E2600
TRIMESTRE 05-I

Primera Parte

(1) Si $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^x)$, verifica que se cumple

$$f(x) + f'(x) = \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}.$$

(2) Resuelve la ecuación $\ln(3x+9) - \ln(x^2-9) = 0$.

(3) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de

$$f(x) = \cos(x^2)$$

en el punto (x, y) tal que $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

(4) Sea $f(x) = x\ln x$

(a) Utilizando la derivada de $f(x)$ prueba que $f(x)$ es creciente para $x > \frac{1}{e}$ y que es decreciente para $0 < x < \frac{1}{e}$.

(b) Prueba que $f(x)$ tiene un mínimo en $x = \frac{1}{e}$ y que la gráfica de $f(x)$ es cóncava hacia arriba.

(c) Determina $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, empleando la regla de L'Hôpital si es preciso.

(d) Grafica $f(x)$.

Segunda Parte

(1) Dada la función

$$y(x) = e^{-x^2}.\int_0^x e^{-t^2}\,dt \,+\, e^{-x^2},$$

verifica que satisface $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = 1$.

(2) Mediante un cambio de variable resuelve

$$\int_{1/2}^{1} (1-2y)^3\sqrt{1+(1-2y)^4}\,dy$$

(3) Verifica la expresión

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} e^{-2t}\cos 2t\,dt = \frac{1}{4}$$

(4) Calcula

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}}\,dx$$

canek.azc.uam.mx: 26/ 1/ 2006.

(5) Encuentra el valor de

$$\int_1^2 \frac{x+1}{x^3+x}\,dx$$

Tercera Parte

(1) Calcula el área de la región que determina la gráfica de $f(x) = \ln x$ y las rectas $y = \frac{1}{2}$, $\quad x = \frac{1}{2}$ $\quad$ y $\quad x = e$.

(2) Calcula la longitud de la curva $f(x) = \dfrac{1}{6}(e^{3x} + e^{-3x})$, para $-1 \leq x \leq 1$.

(3) Calcula el volumen del sólido de revolución obtenido al rotar alrededor del eje y la región limitada por la gráfica de $f(x) = \operatorname{arcsen} x$ y las rectas $x = 0$ $\quad$ y $\quad y = \frac{\pi}{2}$.

(4) Sea $f(x) = \sqrt{9+x}$

(a) Calcula el valor aproximado de $\sqrt{10}$ utilizando el polinomio de MacLaurin de orden 2 para $f(x)$.
(b) Estima el error de la aproximación.